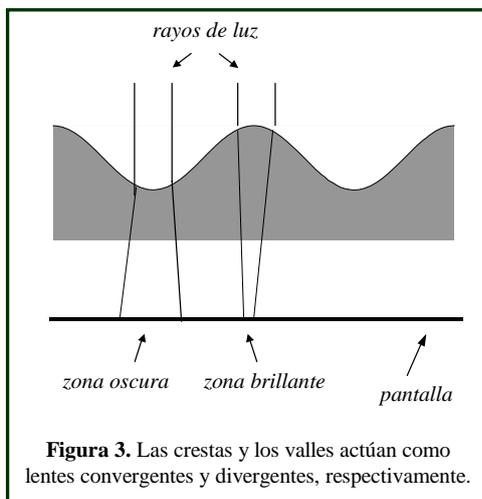
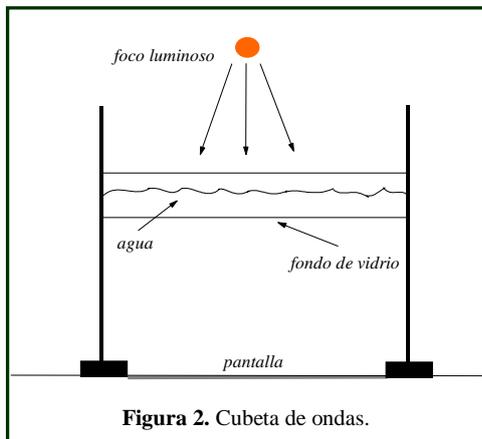
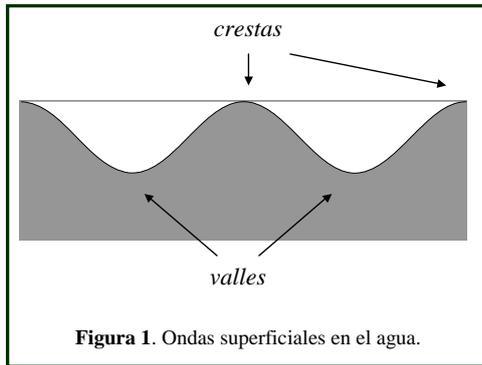


ONDAS SUPERFICIALES EN EL AGUA



La cubeta de ondas. La superficie libre de un fluido en equilibrio en un campo gravitatorio es plana. Si por la acción de un agente externo una partícula P de la superficie del fluido sale de su estado de equilibrio entrará en juego una fuerza de restitución debida a la gravedad que tiende a llevar a P a su posición de equilibrio. Debido a su inercia la partícula P tiende a realizar un movimiento oscilatorio. Como la partícula P no está aislada sino interactuando con las partículas vecinas, el movimiento de P se transfiere a éstas, y de éstas a sus vecinas y así sucesivamente. Se genera de esta manera una onda que se propaga sobre la superficie del fluido denominada *onda de gravedad*, porque son debidas a la acción del campo gravitatorio. Si la longitud de onda λ es pequeña además de la fuerza de restitución gravitatoria se debe considerar también la *tensión superficial*. En estos casos la fuerza de restitución se debe al efecto combinado de la gravedad y de la tensión superficial.

Aunque con algunas variaciones la forma de las ondas en el agua es la que se muestra en la figura 1. Las porciones superiores se denominan *crestas* y las inferiores *valles*. Para observar las ondas en el laboratorio se utiliza una cubeta especial para la producción de ondas cuyo esquema se muestra en la figura 2. Esta cubeta tiene un fondo de vidrio que permite proyectar sobre una pantalla las imágenes de las

ondas: las crestas actúan como lentes convergentes y tienden a enfocar la luz de la lámpara, mientras que los valles, actuando como lentes divergentes tienden a dispersarla (ver figura 3). Por tanto, las crestas aparecen en la pantalla como bandas brillantes y los valles como bandas oscuras.

Pulsos planos y circulares. Si se sumerge una regla en la bandeja de agua y se la mueve horizontalmente a la superficie del agua se genera un *pulso plano*. El movimiento del pulso es tal que su cresta permanece paralela a la línea de su posición original. La dirección de movimiento del pulso (llamada también dirección de propagación) es perpendicular a la cresta de la onda. En la figura 4 la cresta de un pulso plano viene indicada por una línea gruesa negra y su posición en un tiempo posterior es la que corresponde a la línea de puntos. La dirección de propagación se muestra

con la flecha.

También se pueden producir *pulsos circulares* en la cubeta introduciendo simplemente un objeto con punta (un punzón) en el agua. La figura 5 es un esquema de este pulso en dos tiempos distintos. Durante ese intervalo el pulso se ha extendido hasta formar un círculo mayor. El pulso circular se mueve en todas las direcciones. Si tomamos un arco de pulso circular lo suficientemente pequeño lo podemos considerar casi plano. La dirección de propagación de tal segmento es la de su radio en el sentido que se aleja del centro del círculo. Esta dirección es normal a la cresta de la onda, lo mismo que ocurría con la dirección de propagación de las ondas planas.

Reflexión. Las ondas superficiales del agua experimentan también el fenómeno de reflexión y transmisión tal como sucede con los pulsos en una cuerda cuando encuentran una discontinuidad.

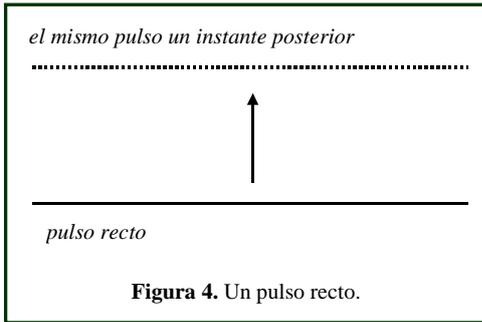


Figura 4. Un pulso recto.

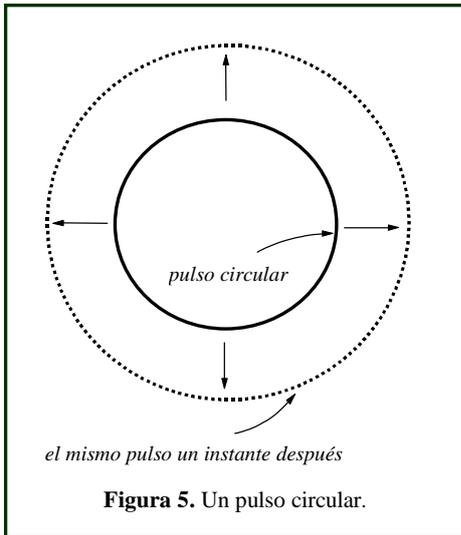


Figura 5. Un pulso circular.

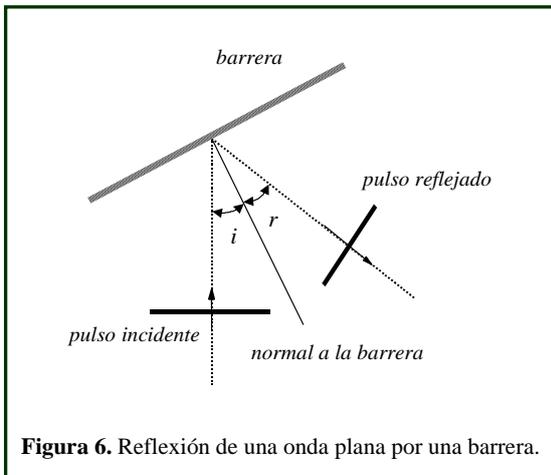


Figura 6. Reflexión de una onda plana por una barrera.

Consideremos un pulso recto que se desplaza desde la regla (el emisor de ondas planas) hacia el extremo opuesto de la cubeta. Colocamos un obstáculo paralelo a la regla en medio de la cubeta. El pulso incide sobre el obstáculo y se refleja en la dirección de donde procede, lo mismo que le ocurriría a un pulso en una cuerda cuando incidía sobre un extremo fijo.

Colocamos ahora la barrera reflectora de manera que no sea paralela al pulso recto. En la figura 6 se muestra dos de estos pulsos, uno acercándose y otro después de haberse reflejado en la barrera. Definimos el *ángulo de incidencia* i y el de *reflexión* r como los ángulos formados por la dirección de propagación (que es normal a la cresta de la onda) de la onda incidente y la reflejada, respectivamente, con la normal a la barrera. Si se miden estos ángulos se encuentra que $r = i$. Esto es, el ángulo de reflexión es igual al de incidencia.

Es interesante observar la reflexión de un pulso circular por una barrera rectilínea. La figura 7 muestra a un pulso circular incidiendo sobre una barrera y la reflexión de ese pulso. Obsérvese que la parte reflejada del pulso es un arco de círculo. El centro de este círculo está en el punto C' , simétrico de C respecto a la barrera. El pulso reflejado parece que se origina en P' .

Ondas periódicas. Una onda periódica está formada por una serie de pulsos separados por intervalos iguales de tiempo T . Al hacer esto el generador de ondas (un vibrador) repite su movimiento una vez en cada intervalo T . Este movimiento se denomina periódico y el intervalo de tiempo T es el periodo. Otra forma de describir este movimiento periódico es especificar el número de veces que el movimiento se repite en un segundo; es decir especificando la frecuencia f de la repetición. La frecuencia de repetición es $f = 1/T$.

Supongamos que el generador está conectado a una barra recta que se encuentra sobre la superficie del agua. El movimiento del generador produce de esta

manera una onda plana en el agua. Concentrémonos en un punto de la bandeja. Los pulsos producidos por el generador se desplazan hacia dicho punto, por donde pasan con la misma frecuencia del generador que las generó. La frecuencia de la onda viene dada también por $f = 1/T$, siendo T el tiempo transcurrido entre el paso de las ondas sucesivas. Además, cuando las ondas se desplazan, la distancia entre dos pulsos adyacentes es siempre la misma (si la profundidad del agua se mantiene constante) y se llama longitud de onda λ (lambda). El diagrama ondulatorio descrito se denomina onda plana periódica.

Las crestas de la onda periódica están separadas por una distancia λ y cada cresta emplea el tiempo T es recorrer esa distancia. Por tanto, la velocidad de propagación es:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

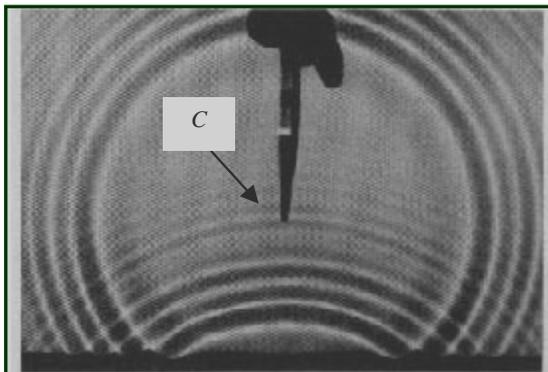


Figura 7. Las ondas circulares generadas en el centro de la fotografía es reflejada por una barrera recta localizada en la parte de abajo de la fotografía.

La relación obtenida no está restringida a las ondas que se forman en una cubeta de agua. Es válida para cualquier onda periódica, sea plana o circular (ver figura 8). En la onda circular de esta figura la longitud de onda se mide a lo largo del radio y se obtiene de nuevo la relación $c = \lambda f$. En este caso la longitud de onda se mide a lo largo del radio y se obtiene que es igual a la longitud de onda de una onda plana de igual frecuencia. La velocidad de las ondas circulares es, por tanto, igual a la que poseen las ondas planas en el mismo medio.

Refracción. La velocidad de propagación de las ondas superficiales en el agua depende de su profundidad. Para comprobar que la velocidad depende de la profundidad basta introducir una lámina de vidrio (o de plástico) que cubra la mitad del fondo de la cubeta, con lo cual ésta queda dividida en dos sectores de distinta profundidad. Mediante las oscilaciones de una regla generamos ahora una onda plana (recta) con su frente de onda paralela a la línea divisoria de los dos sectores. Observemos las ondas mediante un estroboscopio. Ajustándole a la frecuencia correcta podemos detener simultáneamente el movimiento en ambas secciones de la cubeta, lo cual nos indica que la frecuencia es la misma, es decir la frecuencia no varía con la profundidad. Sin embargo, la longitud de onda λ_1 en la parte más profunda es más larga que la longitud de onda λ_2 en la parte menos profunda. Como la velocidad de propagación es igual al producto de la longitud de onda por la frecuencia resulta que la velocidad en la parte menos profunda (donde la longitud de onda es menor) es menor que en la profunda, es decir $c_1 < c_2$.

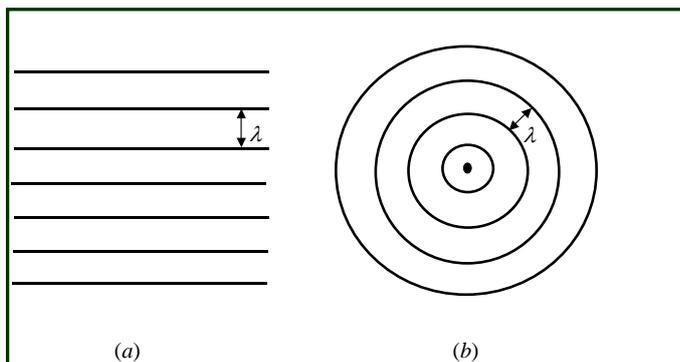


Figura 8. Ondas planas (a) y ondas circulares (b) periódicas que se propagan en la superficie del agua.

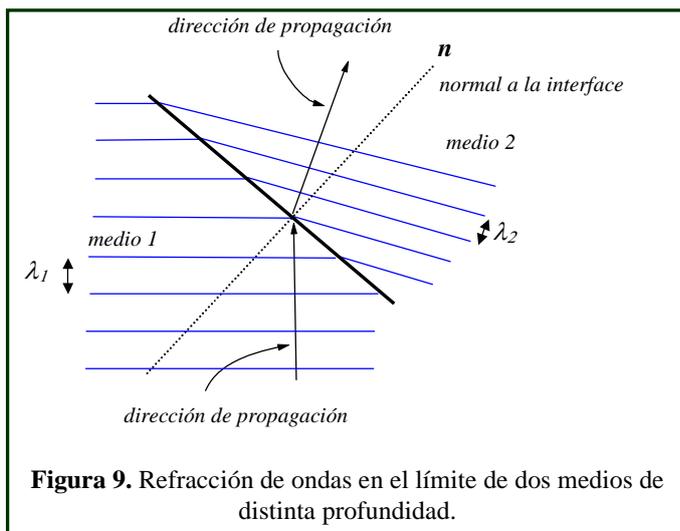


Figura 9. Refracción de ondas en el límite de dos medios de distinta profundidad.

Repetamos la experiencia colocando otra placa de vidrio en la cubeta, pero ahora cortada de tal modo que la línea límite entre los dos sectores forme cierto ángulo con la dirección de propagación de los frentes de ondas rectos. Observemos en la “fotografía” de la figura 9 cómo las ondas planas, al incidir sobre la línea de separación, permanecen planas, pero cambian su dirección de propagación. La nueva dirección se acerca más, a la normal de la línea que separa ambos sectores

(ambos medios), que la dirección original.

Relación entre el ángulo de incidencia y el ángulo de refracción. Llamamos ángulo de incidencia al ángulo formado por la dirección del rayo incidente con la línea normal a la interfase que

separa ambos medios y ángulo de refracción al ángulo formado por la dirección del rayo refractado con la línea normal a la interfase que separa ambos medios. Se puede encontrar una ley que relacione estos dos ángulos entre sí. Existen dos procedimientos para encontrar esta relación: (1) deducirla experimentalmente midiendo una serie de ángulos de incidencia y de refracción y (2) teóricamente, a partir de las propiedades de las ondas. El primer método ya fue utilizado por los griegos en el siglo II AC y expresaron sus resultados mediante una tabla de dos columnas, donde indicaban para cada ángulo de incidencia el correspondiente ángulo de refracción. Recién en el año 1621 se encontró una regla matemática que conecta los dos ángulos. Esta ley, conocida a partir de entonces como “ley de Snell” puede formularse de la manera siguiente

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{c_2}{c_1}$$

donde c_1 y c_2 son las velocidades de propagación en los medios 1 y 2 respectivamente. A mediados del siglo XVII, Fresnel y Huygens han deducido esta ley basándose en propiedades generales de las ondas. Esta ley es válida, por consiguiente, para todos los tipos de ondas. Hay una cuestión que necesita aclararse: no toda la onda incidente se refracta, parte de ella se refleja, aunque los dos medios sean transparentes.

Dispersión. Cuando enunciamos la ley de Snell no se especificó la longitud de onda porque estaba implícita la idea que las velocidades de propagación sólo dependen de las propiedades del medio donde se propagan. Por tanto, parece lógico que si repetimos la experiencia con los mismos medios (los dos sectores de la bandeja con profundidades determinadas), utilizando ondas de frecuencias diferentes, deberíamos obtener el mismo ángulo de refracción para un mismo ángulo de incidencia. Sin embargo, se puede observar, realizando experiencias en el laboratorio, que si se varía la frecuencia varía el ángulo de refracción para el mismo ángulo de incidencia. A éste fenómeno se lo denomina *dispersión*. La causa de este fenómeno es la dependencia de la velocidad de la onda armónica con la frecuencia o longitud de onda. Un medio en el cual la velocidad de las ondas armónicas depende de la frecuencia es un *medio dispersivo*.

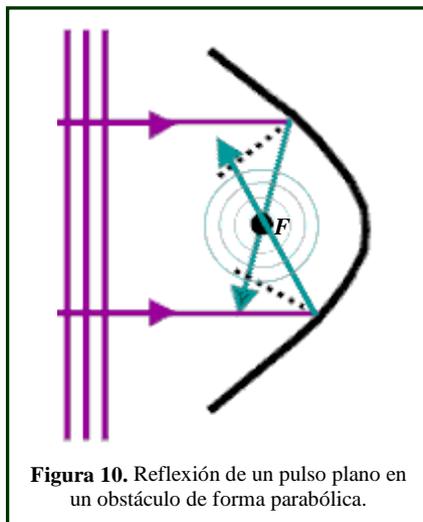


Figura 10. Reflexión de un pulso plano en un obstáculo de forma parabólica.

Reflexión por un espejo parabólico. Supongamos que en una cubeta de ondas introducimos una barrera en forma de un arco parabólico como se muestra en la figura 10. Podemos observar que un pulso plano que incide sobre esta barrera se refleja sobre la misma y converge en el punto F . ¿Qué consecuencias podemos deducir de esta experiencia en relación con la geometría de una parábola? (Ayuda: considere pequeños segmentos del pulso plano y compruebe que la forma de la parábola hace que todos estos segmentos lleguen simultáneamente a F).

Observe igualmente que si mediante un punzón se crea un pulso circular en el punto F , el pulso circular se refleja y se transforma en un pulso plano.

Anexo: Velocidad de propagación de ondas en agua

La velocidad de propagación (velocidad de fase) de las ondas de superficie en el agua depende de los siguientes parámetros: la aceleración gravitatoria g , la densidad del agua ρ , la tensión superficial del agua T , la profundidad de la capa de agua h y de la longitud de onda λ . Cuando la velocidad de fase depende de la longitud de onda se dice que la onda es *dispersiva*. La velocidad de propagación de las ondas en cuerdas y las ondas sonoras, en la aproximación de pequeñas perturbaciones, no depende de la longitud de onda, es decir son no dispersivas.

La velocidad de fase de las ondas en la bandeja de ondas viene dada por:

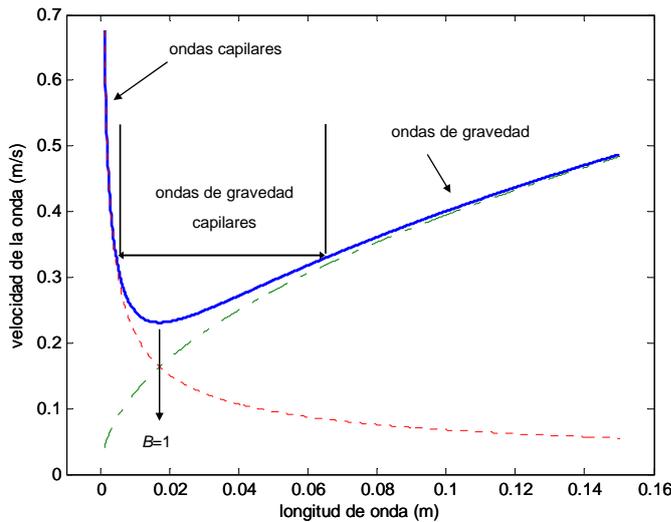
$$c = \sqrt{\left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi T}{\rho\lambda}\right) \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)} \quad (\text{A.1})$$

Ondas en aguas profundas.

Si $\lambda \ll h$, se dice que la onda se propaga en “aguas profundas”. En este caso, $2\pi h / \lambda \gg 1$, por lo tanto, $\tanh(2\pi h / \lambda) \approx 1$ y la velocidad de propagación (1) se reduce a

$$c = \sqrt{\left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi T}{\rho\lambda}\right)} \quad (\text{A.2})$$

Observemos que la velocidad en este caso no depende de la profundidad.



Ondas capilares, de gravedad y de gravedad capilares en aguas poco profundas

Ondas de gravedad en aguas profundas.

Si $g\lambda / 2\pi \gg 2\pi T / \rho\lambda$, (domina el efecto del campo gravitatorio) la velocidad (A.2) se reduce a

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \quad (\text{A.3})$$

Ondas capilares

Si la longitud de onda es muy pequeña, de modo que $g\lambda/2\pi \ll 2\pi T/\rho\lambda$, domina el efecto de la tensión superficial y la velocidad de la onda viene dada por

$$c = \sqrt{\frac{2\pi T}{\rho\lambda}} \quad (\text{A.4})$$

Ondas de gravedad capilares

Para valores intermedios de la longitud de onda, se debe utilizar la ecuación A.2 completa. Se dice en este caso que la onda es de gravedad capilar.

El parámetro que determina el tipo de ondas (de gravedad, capilar o de gravedad capilar) es

$$B = \left(\frac{g\lambda}{2\pi} \right) / \left(\frac{2\pi T}{\rho\lambda} \right) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{\rho g \lambda^2}{T} = 3.365 \lambda^2 \quad [\lambda] = m$$

(Utilizamos los siguientes valores, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$ y $T = 0.0728 \text{ N/m}$)

$B = 1$ si $\lambda = 0,017 \text{ m} = 1,7 \text{ cm}$. Entonces si $\lambda \gg 1,7 \text{ cm}$ la onda es de gravedad y si $\lambda \ll 1,7 \text{ cm}$ la onda es capilar.

2. Ondas en aguas profundas.

Si $\lambda \gg h$, las ondas se dicen de aguas profundas. En estas condiciones, $\tanh(2\pi h/\lambda) \approx 2\pi h/\lambda$ y además como en estos casos generalmente $\lambda \gg 1,7 \text{ cm}$, la ecuación (A.1) se reduce a

$$c \approx \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \frac{2\pi h}{\lambda}} = \sqrt{gh} \quad (\text{A.5})$$

En este caso la velocidad de propagación no depende de la frecuencia.

La dependencia de la velocidad de propagación de la onda con la profundidad del agua

La experiencia de la refracción de ondas en una cubeta, como se explicó en el punto 5 de este texto, se basa en la dependencia de la velocidad de la onda con la profundidad. En estas experiencias, las ondas no son de aguas poco profundas, tampoco de aguas profundas y la tensión superficial entra en juego. En otras palabras es necesario utilizar la ecuación (A.1) completa. En la Fig. (A.1) se muestra esquemáticamente la situación.

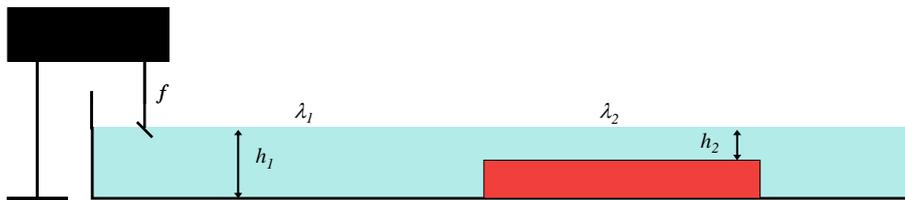


Figura A.1. Esquema del dispositivo experimental para demostrar la refracción de la onda.

El generador de ondas planas oscila a la frecuencia f . Esta vibración genera una onda plana de longitud de onda λ_1 que se propaga en la zona de la cubeta que tiene una profundidad h_1 . Esta onda incide en una región donde la profundidad del agua cambia bruscamente a h_2 . En esta zona la frecuencia de la onda sigue siendo f , pero su longitud de onda es ahora λ_2 . Las Figs. A.2 y A.3 que son una consecuencia de la ecuación (A.1) ayudan a obtener toda la información que se requiere para calcular la velocidad en las regiones de la cubeta de distinta profundidad. Estas figuras también sirven para

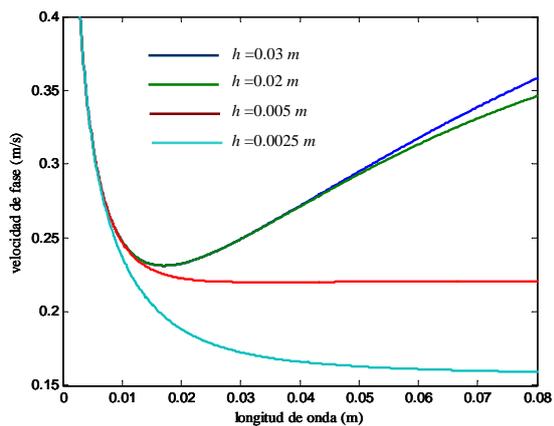


Figura A.2. Velocidad de fase de la onda en función de la longitud de onda para diferentes profundidades de agua.

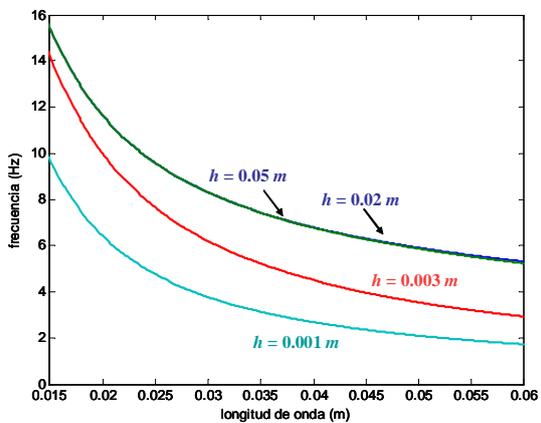


Figura A.3. Frecuencia de la onda en función de la longitud de onda para diferentes profundidades de agua.

diseñar el experimento, es decir, permiten determinar la profundidad de las dos zonas para obtener una determinada relación entre las velocidades de las ondas, o sea, del índice de refracción. Un índice de refracción adecuado permite observar el fenómeno de refracción. Si éste es, sin embargo, próximo a uno no se alcanza a observar la refracción.

Las Figs. A.2 y A.3 muestran que la velocidad de propagación de las ondas para longitudes de onda mayor que 2 cm no cambia significativamente para profundidades del agua que van de 2 cm a 5 cm.

Supongamos que el generador de ondas vibra a una frecuencia de 7 Hz. De la figura A.3 encontramos que si $h_1 = 0.02m$ su longitud de onda es de $\lambda_1 = 0.038\text{ cm}$ y, por lo tanto, su velocidad es $c_1 = \lambda_1 f = 0.038 \cdot 7 = 0.266\text{ m/s} = 26,6\text{ cm/s}$. Si la profundidad de la cubeta es mayor que 0.02 m, la longitud y la velocidad serían las mismas. Cuando esta onda entra en la zona 2 de profundidad $h_2 = 0.003\text{ m} = 3\text{ mm}$, la Fig. A.3 muestra que su longitud de onda es de $\lambda_2 = 0.027\text{ m}$ y, por lo tanto, su velocidad es $c_2 = \lambda_2 f = 0.189\text{ m/s} = 18,9\text{ cm/s}$. Si la profundidad de esta zona fuera $h_2 = 0.001\text{ m} = 1\text{ mm}$, la velocidad sería aún menor.